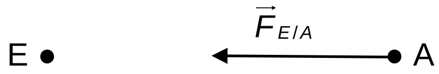
EXERCICE A – UN TRACTEUR GRAVITATIONNEL POUR DÉVIER UN ASTÉROÏDE (5 points)

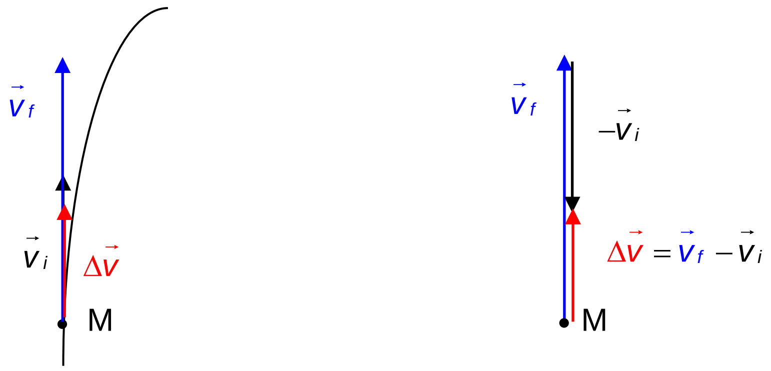
Mots-clés : Deuxième loi de Newton, Champ de gravitation, Loi de Kepler

Étude générale de la déviation d'un astéroïde.

1.



2.



3. D'après la 2e loi de Newton, $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a} \approx m.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

Si le vecteur vitesse de l'astéroïde varie, c'est à cause de la force d'attraction gravitationnelle exercée par l'engin spatial.

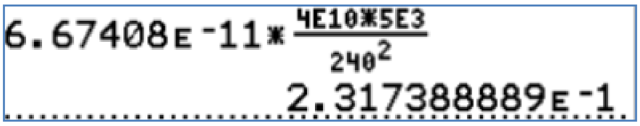
$\vec{F}_{E/A} = m.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

La force $\vec{F}_{E/A}$ a la même direction que le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}$.

On choisit la proposition « Dans la direction de $\Delta\vec{v}$ ».

Application à la déviation d'Apophis.

4. $F_{E/A} = G.\frac{M.m}{d^2}$



$F_{E/A} = 6,67408\times10^{-11}\times\frac{4\times10^{10}\times5\times10^{3}}{240^2}$ = 0,2 N

5. $\vec{F}_{E/A} = M.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, comme $\vec{F}_{E/A}$ et $\Delta\vec{v}$ ont la même direction, on a

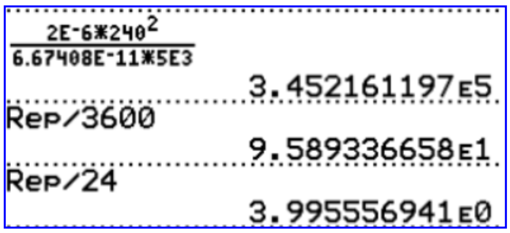
$$F_{E/A} = M.\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$G.\frac{M.m}{d^2} = M.\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$G.\frac{m}{d^2} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{G.\frac{m}{d^2}} = \frac{\Delta v.d^2}{G.m}$$

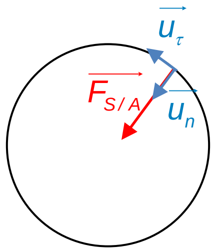
6. $\Delta t = \frac{\Delta v.d^2}{G.m}$



$\Delta t = \frac{2\times10^{-6}\times240^2}{6,67408\times10^{-11}\times5\times10^{3}}$ = 3×10⁵ s = 96 h = 4 jours

7. Système : Astéroïde Apophis Référentiel : héliocentrique

L'astéroïde n'est soumis qu'à $\vec{F}_{S/A}$ l'attraction gravitationnelle du Soleil, on néglige tous les autres astres attracteurs.



Dans le repère de Frenet, $\vec{F}_{S/A} = G\dfrac{M_S.M}{R^2}.\vec{u}_n$.

On applique la 2e loi de Newton, $\vec{F}_{S/A} = M.\vec{a}$, alors $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_{S/A}}{M} = G\dfrac{M_S}{R^2}.\vec{u}_n$

Et dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire et uniforme $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}.\vec{u}_n$.

Alors $G\dfrac{M_S}{R^2}.\vec{u}_n = \dfrac{v^2}{R}.\vec{u}_n$

$$G\frac{M_S}{R^2} = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = G\frac{M_S.R}{R^2}$$

L'astéroïde parcourt son orbite circulaire de périmètre $2\pi.R$ pendant une durée égale à sa période T.

$$v = \frac{2\pi.R}{T}$$

$$v^2 = \frac{(2\pi)^2.R^2}{T^2}$$

En égalisant les deux expressions de v² : $\dfrac{(2\pi)^2.R^2}{T^2} = G\dfrac{M_S.R}{R^2}$

$$\frac{(2\pi)^2.R^2}{T^2} = G\frac{M_S}{R}$$

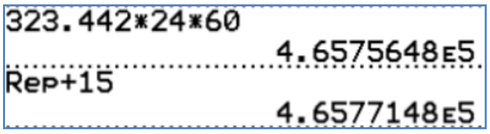
$(2\pi)^2.R^3 = G.M_S.T^2$

$\dfrac{T^2}{R^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_S}$ 3e loi de Kepler

8. $T' = T + 15$ min

D'après l'énoncé, T = 323,442 jours = $4{,}65756\times10^5$ min

$T' = 4{,}65756\times10^5 + 15 = 4{,}65771\times10^5$ min

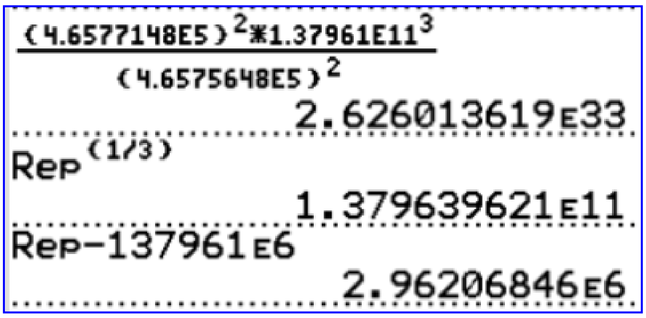


9. D'après la 3e loi de Kepler, $\dfrac{T'^2}{R'^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_S} = \dfrac{T^2}{R^3}$

$\dfrac{T'^2}{R'^3} = \dfrac{T^2}{R^3} \Leftrightarrow T^2.R'^3 = T'^2.R^3$

$R'^3 = \dfrac{T'^2.R^3}{T^2}$

$R'^3 = \dfrac{\left(4{,}6577148\times10^5\,\text{min}\right)^2\times(1{,}37961\times10^{11})^3}{\left(4{,}6575648\times10^5\,\text{min}\right)^2}$



$R' = 1{,}37964\times10^{11}$ m

$\Delta R = R' - R$

$\Delta R = 137\ 964\times10^6 - 137\ 961\times10^6$

$\Delta R = 3\times10^6$ m

Si vous avez remarqué une erreur, merci de nous la signaler par email : labolycee@labolycee.org