Bac 2021 Centres étrangers jour 1 Correction © https://labolycee.org
Exercice C : La congélation de l'eau (5 points)

Mots clés : *premier principe de la thermodynamique, flux thermique, loi phénoménologique de Newton*

Dans cet exercice, on souhaite estimer la durée nécessaire pour que toute l'eau d'un bac à glaçons, placée dans un congélateur, soit transformée en glace. L'eau est initialement à la température ambiante. On distingue deux phases au processus.

(phase a) : Le refroidissement de l'eau de la température ambiante (T_a) à la température de solidification (T_s).

(phase b) : Le changement d'état de l'eau qui s'effectue à température constante (T_s).

Dans l'ensemble de l'exercice, le système étudié {eau} est l'eau placée dans le bac à glaçons. L'énergie reçue par le système est comptée positivement, celle perdue est comptée négativement.

Données :

- Masse d'eau à congeler : m = 150 g
- Température ambiante : T_a = 23,0°C
- La température de solidification de l'eau à la pression atmosphérique T_s est supposée connue du candidat.
- Capacité thermique massique de l'eau liquide : c_{eau} = 4 185 $J.K^{-1}.kg^{-1}$

1. Préciser le sens dans lequel se font les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air du congélateur. En déduire le signe de l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre le système et l'air du congélateur.

Les transferts thermiques ont lieu du corps chaud, ici l'eau vers le corps froid, ici l'air du congélateur. Le système {eau} cède de l'énergie à l'air du congélateur donc $Q < 0$.

2. Indiquer si le changement d'état de l'eau *(phase b)* est une transformation *endothermique* ou *exothermique*.

Cette transformation est exothermique car l'eau donne de la chaleur au milieu extérieur.

3. Donner l'expression de la variation de l'énergie interne ΔU du système {eau} durant la phase de refroidissement *(phase a)* en fonction de la variation de sa température ΔT, de sa masse m et de sa capacité thermique massique c_{eau}.

$\Delta U = m.c_{eau}.\Delta T$

Première estimation de la durée de congélation à l'aide de la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur

Dans le congélateur, un dispositif de refroidissement permet de prélever de l'énergie à l'air de la cavité intérieure du congélateur, l'air prélevant de l'énergie à l'eau placée dans le bac à glaçons. Dans cette partie, on prend pour hypothèse que l'énergie prélevée par unité de temps à l'eau est égale à la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur, qui vaut 40 W.

4. À l'aide du premier principe de la thermodynamique, montrer que l'énergie échangée par l'eau avec l'air, sous forme de transfert thermique Q_r au cours du refroidissement *(phase a)* a pour valeur –14,4 kJ.

D'après le premier principe, le système étant au repos, on a $\Delta U = W + Q$ or ici $W = 0$.

$\Delta U = Q_r = m.c_{eau}.\Delta T = m.c_{eau}.(T_s - T_a)$

$Q_r = 0,150 \times 4185 \times (0 - 23,0) = -1,44\times10^4 \text{ J} = -14,4\times10^3 \text{ J} = -14,4 \text{ kJ}$

5. Estimer la durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée par le dispositif de refroidissement du congélateur.

Par définition du flux thermique $\Phi = \frac{Q_r}{\Delta t}$ et on considère la puissance du dispositif égale à l'opposé du flux alors $P = \frac{Q_r}{\Delta t}$ donc $\Delta t = \frac{Q_r}{P}$

$\Delta t = \frac{14438}{40}$ = $3,6\times10^2$ s soit environ 6 min.

Pour le changement d'état de l'eau, le même raisonnement conduit à estimer que la durée nécessaire pour que toute l'eau soit transformée en glace est de 1250 secondes soit environ 21 minutes. Or, la réalisation de l'expérience fait apparaitre une durée nécessaire pour la congélation complète de l'eau de l'ordre d'une heure. Pour expliquer cet écart, on envisage un autre modèle.

Deuxième estimation de la durée de congélation avec la loi phénoménologique de Newton

On fait l'hypothèse que l'air à l'intérieur du congélateur joue le rôle d'un thermostat, sa température T_{th} restant constante.
Les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air intérieur du congélateur (mis en mouvement par une ventilation) peuvent être décrit par la loi de Newton. Cette loi lie le flux thermique échangé Φ (en W) à l'écart de température entre l'air (T_{th}) et le système (T) et à la surface d'échange S :

$$\Phi = - h.S.(T - T_{th})$$

Pendant la phase de refroidissement (*phase a)*, la température T du système {eau} n'est pas constante. Pour pouvoir estimer la durée nécessaire au refroidissement, il convient de modéliser son évolution temporelle.

Données
- Température de l'air dans l'espace intérieur du congélateur : T_{th} = –18,0°C
- La valeur du produit $h.S$ est estimée à : $h.S$ = 0,92 W.K^{-1}

6. La loi de Newton permet d'estimer les valeurs du flux thermique entre l'eau et l'air au début ($T = T_a$) et à la fin ($T = T_s$) de la phase de refroidissement :

$$\Phi(T_a) = -38 \text{ W et } \Phi(T_s) = -17 \text{ W}$$

Comparer ces valeurs à la puissance du système de refroidissement du congélateur. Discuter de ce qu'apporte ce modèle par rapport à celui utilisé lors de la première estimation.

La puissance du système de refroidissement est P = 40 W. Cette valeur est proche du flux thermique au début du refroidissement. Elle est en revanche très éloignée du flux à la fin du refroidissement.
Ce modèle prend en compte le fait que le flux thermique varie au cours du temps car il est proportionnel à la différence de température entre l'eau et l'air du congélateur.
Le flux diminue donc au cours du temps tout comme l'écart de température

7. Donner l'expression reliant l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre l'air et l'eau pendant une durée Δt très petite, le flux thermique Φ, supposé constant pendant cette durée, et la durée Δt.

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

8. À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de la loi de Newton, dans le cas où Δt tend vers 0, montrer que l'évolution temporelle de la température de l'eau est régie par : $\frac{dT}{dt} = -r.(T - T_{th})$.

Exprimer le coefficient r en fonction de h, S, m et c_{eau}, préciser sa valeur et son unité.

D'après le premier principe de la thermodynamique, l'eau cède autant d'énergie Q vers l'air qu'elle a perdu d'énergie interne ΔU.
$Q = \Delta U = m.c_{eau}.\Delta T$

$$\Phi = - h.S.(T - T_{th}) = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$-h.S.(T-T_{th}) = \frac{m.c_{eau}.\Delta T}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{h.S.(T-T_{th})}{m.c_{eau}}$$

Lorsque Δt tend vers zéro, la limite de $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ est égale à la dérivée de T par rapport au temps notée $\frac{dT}{dt}$.

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{h.S.(T-T_{th})}{m.c_{eau}}$$

Ce qui correspond à $\frac{dT}{dt} = -r.(T-T_{th})$ en prenant $r = \frac{h.S}{m.c_{eau}}$

$$r = \frac{0{,}92 \text{ W/K}}{0{,}150 \text{ kg} \times 4185 \text{ J/K/kg}} = 1{,}5\times10^{-3} \text{ W/J} = 1{,}5\times10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

J unité de l'énergie E et W unité de la puissance, donc W/J correspond à P/E or $E = P.\Delta t$ donc W/J correspond à l'unité de l'inverse d'une durée Δt, soit s^{-1}.

Dans les conditions de l'expérience, la solution de cette équation différentielle est :
$T(t) = (T_a - T_{th}).e^{-r.t} + T_{th}$

9. Déduire de cette modélisation, une estimation de la durée nécessaire pour refroidir l'eau liquide lors de la première phase du processus (*phase a*). Comparer avec la première étude. Conclure.

On cherche t pour lequel $T = T_s = 0$ °C.

$T(t) = (T_a - T_{th}).e^{-r.t} + T_{th}$

$0 = (T_a - T_{th}).e^{-r.t} + T_{th}$

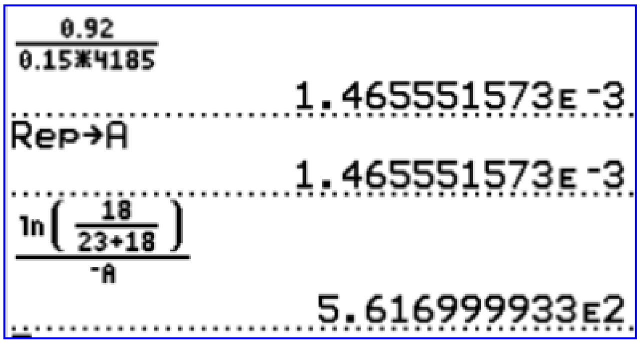
$(T_a - T_{th}).e^{-r.t} = -T_{th}$

$$e^{-r.t} = \frac{-T_{th}}{T_a - T_{th}}$$

$$-r.t = \ln\left(\frac{-T_{th}}{T_a - T_{th}}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{-T_{th}}{T_a - T_{th}}\right)}{-r}$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{-(-18{,}0)}{23{,}0-(-18{,}0)}\right)}{-1{,}4655\times10^{-3}} = 5{,}6\times10^{2} \text{ s}$$



On trouve un temps plus élevé que lors de la première étude. On se rapproche de la réalité mais si on ajoute les 21 min de congélation estimée (phase b), on est encore loin de la durée de congélation expérimentale (1h).