

1. Les valeurs usuelles des capacités des condensateurs utilisés en classe ou en électronique s'expriment en mF, μF , nF ou pF ; soient des valeurs beaucoup plus petites que celle du supercondensateur (400 F).

2. D'après la formule $C = \epsilon \cdot \frac{S}{d}$,

des armatures de très grandes surfaces en effet si la surface S augmente alors la capacité du condensateur augmente
très rapprochées de même si la distance d séparant les deux armatures diminue alors la capacité augmente.

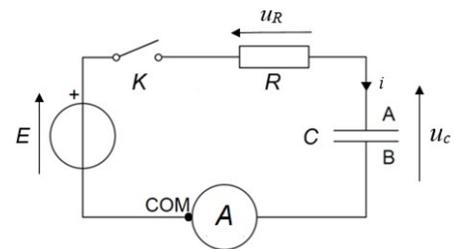
3. $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

Or $q(t) = C \cdot u_C(t)$ $i(t) = \frac{d(C \cdot u_C(t))}{dt} = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ Car C est une constante

4. En appliquant la loi des mailles pour le circuit de la figure 1 :

$E = u_R(t) + u_C(t)$

Or $u_R(t) = R \cdot i(t)$ $u_R(t) = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$



Il vient : $E = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$

$$\frac{E}{R \cdot C} = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C(t)$$

Avec $\tau = R \cdot C$, on retrouve bien $\frac{E}{\tau} = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t)$.

5. Vérifions que les solutions de cette équation différentielle sont de la forme : $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

Calculons $\frac{du_C(t)}{dt}$: $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d(A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E)}{dt}$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d(A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} + \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ car } E \text{ est une constante}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = A \frac{d(e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} \text{ car } A \text{ est une constante}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{-A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Remplaçons $u_C(t)$ et $\frac{du_C(t)}{dt}$ dans l'équation différentielle :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{-A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot (A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{-A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{\tau}$$

$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau}$ On retrouve l'équation différentielle donc $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ est bien une solution de l'équation différentielle.

Pour trouver la constante A, on utilise les conditions initiales à $t = 0$ s alors $u_C(t=0) = 0$

$$u_C(0) = A \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} + E = 0$$

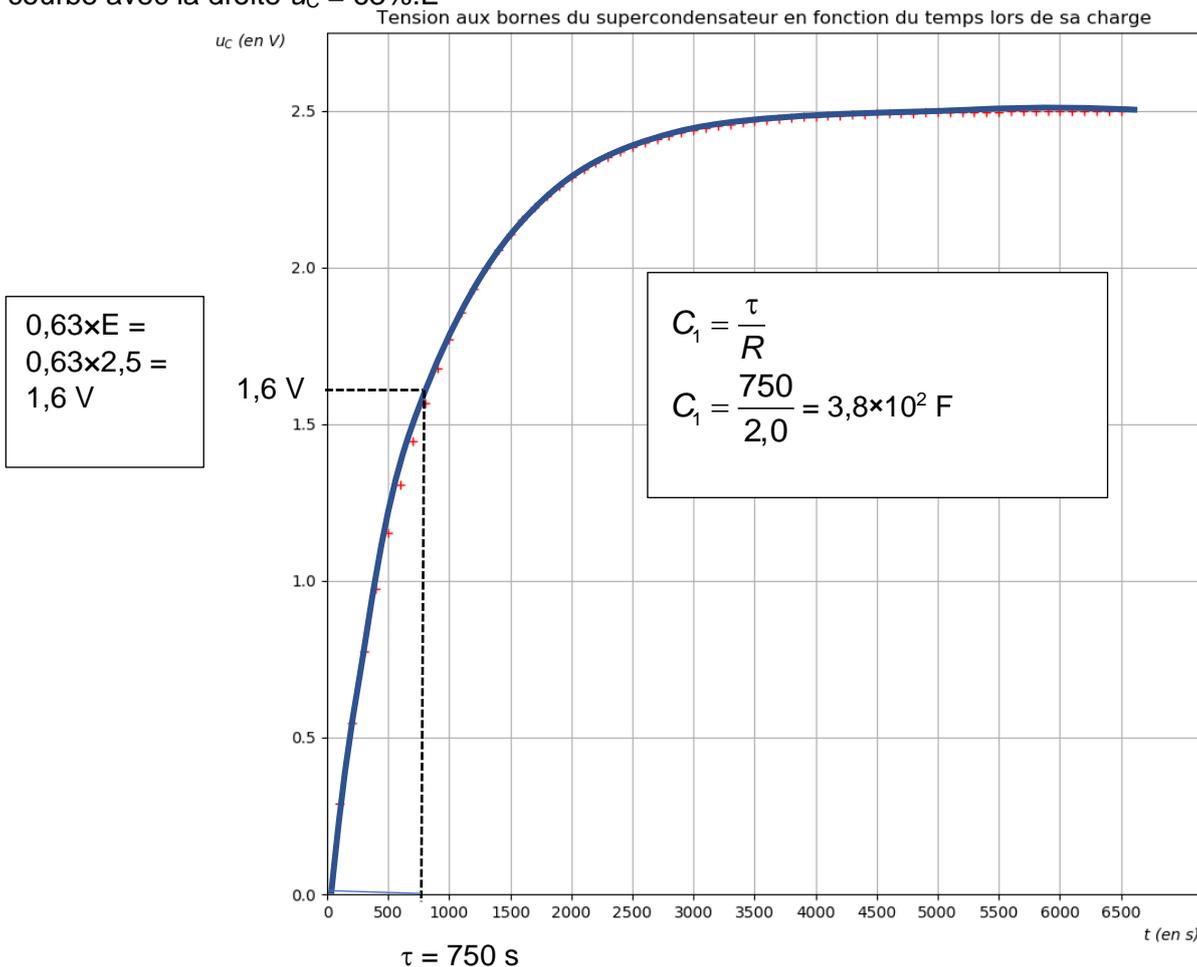
$$A + E = 0$$

Donc $A = -E$

Étude expérimentale et détermination de la valeur de la capacité

6. $\tau = R \cdot C_1$

On détermine la valeur de tau graphiquement, elle correspond à l'abscisse du point d'intersection de la courbe avec la droite $u_C = 63\% \cdot E$



7. $u(\tau_2) = 1,175 \text{ s}$ que l'on arrondit par excès à un seul chiffre significatif soit 2 s

$$\tau_2 = 814 \pm 2 \text{ s}$$

8. $\tau_2 = R \cdot C_2$ $C_2 = \frac{\tau_2}{R}$ $C_2 = \frac{814,2827}{2,0} = 4,1 \times 10^2 \text{ F}$

$$u(C_2) = 4,1 \times 10^2 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{2,0}\right)^2 + \left(\frac{2}{814}\right)^2} = 20,4 \text{ F} = 2 \times 10^1 \text{ F}$$

9. $\frac{|C_2 - C_{\text{réf}}|}{u(C_2)} = \frac{|4,1 \times 10^2 - 400|}{20,4} = 0,35 < 2$ ainsi la valeur mesurée est en accord avec celle donnée par le fabricant.