

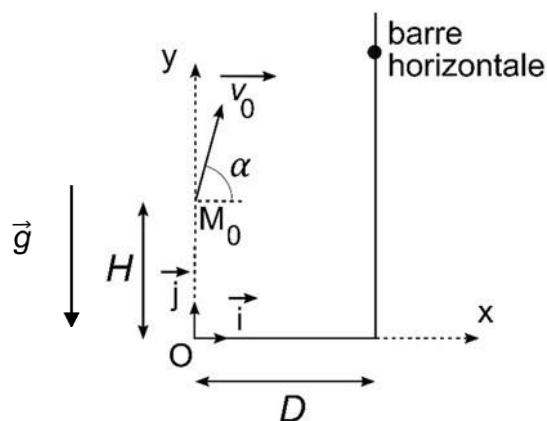
Exercice 1 Un sport traditionnel : le lancer de gerbe de paille (10 points)

Le lancer de gerbe de paille est une activité sportive, issue du domaine agricole, qui se pratique aujourd'hui en compétition. Le but du jeu est de lancer, à l'aide d'une fourche, une gerbe de paille, assimilable à un parallélépipède rectangle de longueur 0,60 m, de largeur 0,40 m et d'épaisseur 0,40 m, au-dessus d'une barre horizontale placée à une hauteur bien précise.



A. Étude du lancer

On modélise la situation en compétition de la manière suivante



Les échelles de longueur ne sont pas respectées sur le schéma.

- La gerbe de paille de masse $m = 7,257$ kg est assimilée à un point matériel M, correspondant au centre masse.
- À l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2,80$ m.
- Le lanceur se trouve à la distance $D = 2,0$ m de la base des supports de la barre horizontale.
- L'étude débute à $t = 0$ quand la gerbe de paille vient de quitter la fourche (au point M_0) avec une vitesse initiale représentée par le vecteur vitesse \vec{v}_0 incliné d'un angle $\alpha = 80^\circ$ par rapport à l'horizontale. La valeur de la vitesse initiale est $V_0 = 9,0$ m.s⁻¹.
- On suppose que la trajectoire de M s'effectue dans le plan xOy.
- La barre horizontale est à une hauteur de 4,50 m par rapport au sol.
- L'action de l'air est négligée.
- Le champ de pesanteur, considéré comme uniforme, vaut $g = 9,8$ m.s⁻².

On étudie le mouvement de M dans le référentiel terrestre dont le repère xOy est défini sur le schéma introductif.

A.1. Utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération de M.

A.2. Montrer que les équations horaires du mouvement de M s'expriment sous la forme :

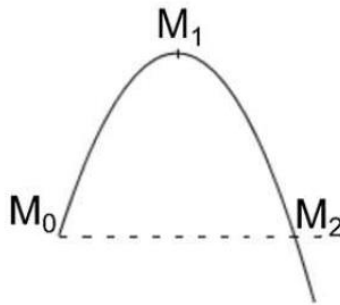
$$x(t) = V_0 \cdot t \cdot \cos\alpha$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + V_0 \cdot t \cdot \sin\alpha + H$$

A.3. En déduire l'équation de la trajectoire $y(x)$ de M.

A.4. À l'aide d'une analyse quantitative, indiquer si la gerbe de paille franchira, ou pas, la barre horizontale.

On s'intéresse à trois positions particulières de M sur sa trajectoire parabolique : la position initiale M_0 , le point M_1 au sommet de la trajectoire et le point M_2 à la même hauteur que M_0 par lequel passe M lors de la phase descendante du mouvement.



L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle au niveau du sol.

A.5. Calculer la valeur de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle de pesanteur du système en M_0 .

A.6. Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions suivantes est vraie, ou fausse, lorsque l'on néglige l'action de l'air.

Proposition I : l'énergie mécanique est maximale en M_0 .

Proposition II : l'énergie cinétique est nulle en M_1 .

Proposition III : l'énergie cinétique en M_2 est inférieure à l'énergie cinétique en M_0 .

En réalité, l'action de l'air ne peut pas être négligée.

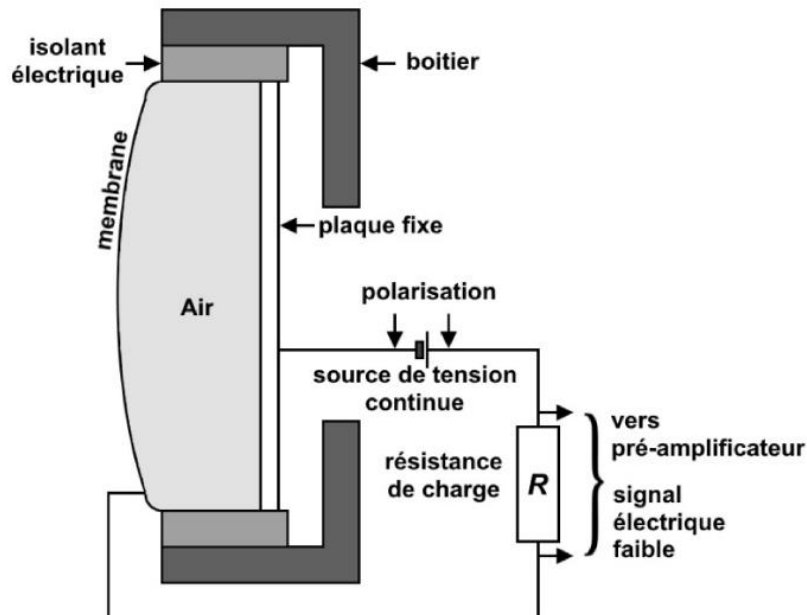
A.7. Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions de la question A.6. reste vraie, ou fausse, lorsqu'on ne néglige plus l'action de l'air.

B. Le microphone de l'animateur

L'animateur de la compétition du lancer de gerbe de paille utilise un microphone relié à une enceinte acoustique par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance.

Le microphone utilisé lors de la compétition est un transducteur électroacoustique. Il permet de convertir un signal acoustique en un signal électrique.

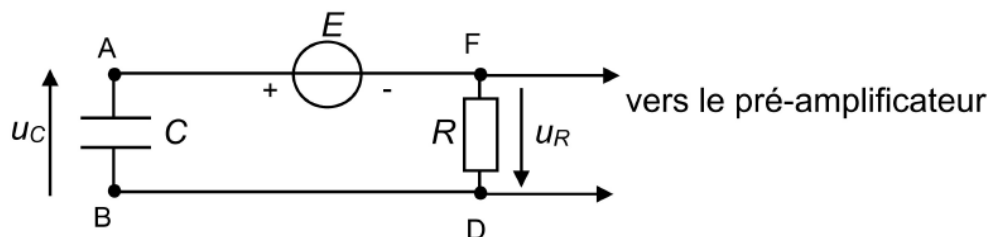
Schéma de principe du microphone



Le condensateur présent dans le microphone est formé de deux armatures ; la première est constituée d'une membrane mobile en plastique recouverte d'une fine pellicule métallique, la seconde est constituée d'une plaque métallique fixe. Lorsque le microphone ne capte pas de son, la distance entre les deux armatures est de l'ordre de 15 à 25 μm .

En outre, pour fonctionner, le condensateur doit être chargé ; on insère donc une source de tension continue qui n'a pas d'effet sur le signal électrique de sortie envoyé vers le pré-amplificateur.

On modélise alors le microphone par le circuit électrique suivant :



Tension continue délivrée par la source idéale : $E = 48 \text{ V}$

Résistance du conducteur ohmique de charge : $R = 100 \times 10^6 \Omega$

Capacité du condensateur : C

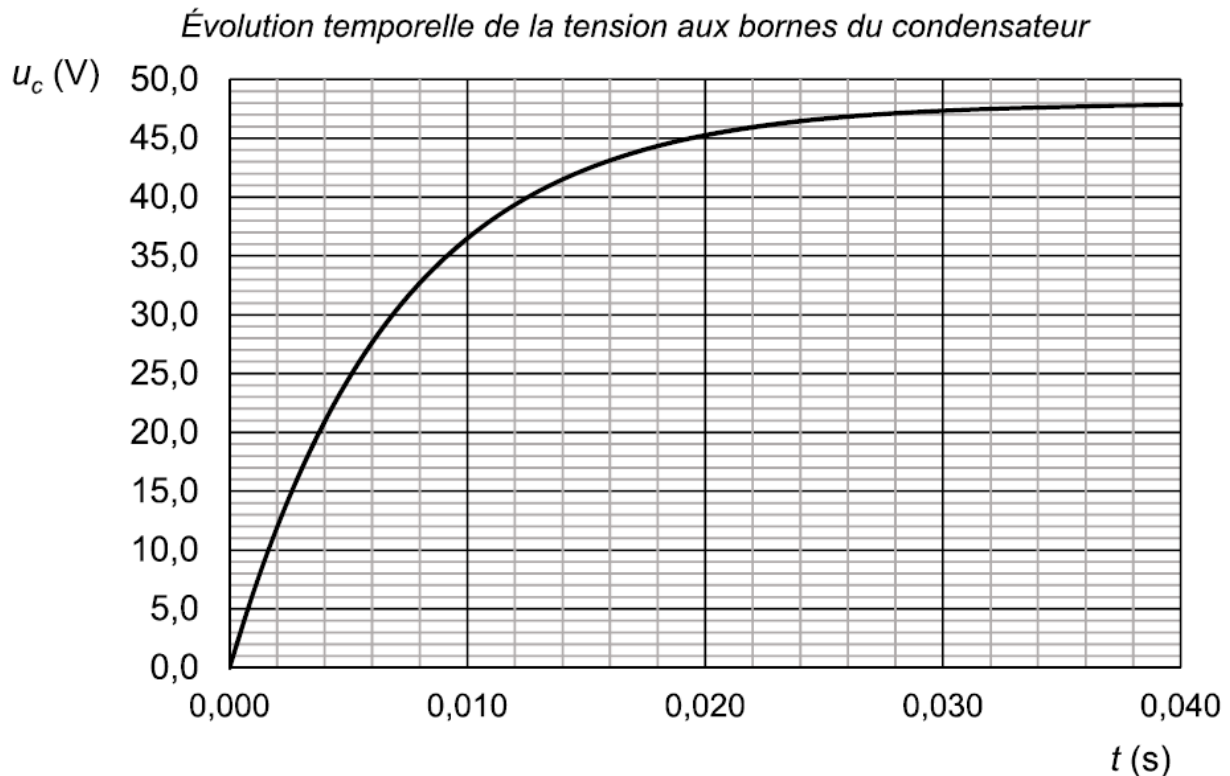
Pour fonctionner, le condensateur doit rester chargé. On étudie la phase de charge, le microphone ne captant pas de son.

B.1. Établir la relation entre la tension E aux bornes de la source de tension idéale, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

B.2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la charge est de la forme :

$$E = R \times C \times \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t).$$

Grâce à un dispositif approprié, on mesure la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge. On obtient la courbe suivante.



Cette courbe peut être modélisée par une des trois fonctions mathématiques proposées ci-dessous :

Fonction 1 : $u_c(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{R \times C}})$

Fonction 2 : $u_c(t) = E \times e^{-\frac{t}{R \times C}}$

Fonction 3 : $u_c(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{R \times C}})$

B.3. En exploitant la courbe, indiquer par un raisonnement argumenté la fonction qui modélise la charge du condensateur.

B.4. Vérifier que la fonction retenue est solution de l'équation différentielle établie à la question **B.2**.

La capacité C d'un condensateur plan constitué de deux armatures métalliques de surface S en regard l'une de l'autre, séparées d'une distance d , est donnée par la relation $C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$ avec ϵ la permittivité de l'air entre les deux armatures du condensateur. Pour le microphone étudié, le produit de la permittivité de l'air par la surface est : $\epsilon \cdot S = 1,4 \times 10^{-15}$ F.m.

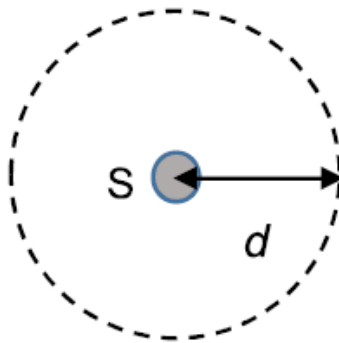
B.5. En exploitant la courbe et en explicitant le raisonnement, déterminer la valeur de la distance d séparant les deux armatures quand le microphone fonctionne mais qu'il ne capte pas de son.

Sous l'effet des ondes sonores émises par l'animateur, la membrane se déplace en entraînant une modification de la distance entre les deux armatures du condensateur. La tension de sortie envoyée vers le pré-amplificateur est alors l'image des ondes sonores captées par le microphone.

B.6. Justifier par un raisonnement détaillé l'évolution de la capacité du condensateur lorsque la distance séparant les deux armatures diminue.

C. L'enceinte

Une source S , émettant des ondes sonores de puissance P , est isotrope si elle émet la même quantité d'énergie dans toutes les directions. L'intensité sonore mesurée, notée I , dépend alors de la distance d à la source selon la relation : $I = \frac{P}{4\pi d^2}$ avec I en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$; P en W et d en m .



Le niveau d'intensité sonore, noté L , est lié à l'intensité sonore par la relation :

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ avec } L \text{ exprimé en dB, } I \text{ en } \text{W}\cdot\text{m}^{-2} \text{ et } I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}.$$

Le microphone est relié, par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance, à une enceinte. L'intensité sonore mesurée à $1,0 \text{ m}$ devant l'enceinte vaut : $I_1 = 3,2 \times 10^{-3} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

C.1. Calculer le niveau d'intensité sonore L_1 correspondant à l'intensité sonore I_1 .

La législation européenne indique les durées limites d'exposition journalière à ne pas dépasser à certains niveaux d'intensité sonore pour ne pas engendrer des traumatismes irréversibles :

L (dB)	86	92	95	101	107
Durée limite d'exposition	2 h/jour	30 min/jour	15 min/jour	4 min/jour	1 min/jour

C.2. Commenter le résultat de la question **C.1.** au regard de ces durées limites d'exposition journalière.

C.3. Montrer que la puissance P de l'enceinte est égale à $4,0 \times 10^{-2} \text{ W}$.

Les organisateurs de la manifestation sportive, d'une durée de 2 h , ont fixé à $2,0 \times 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

C.4. Expliquer le choix des organisateurs de fixer à $2,0 \times 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

Des barrières de sécurité entourent l'enceinte à $3,0 \text{ m}$ de celle-ci, pour éviter que les spectateurs en soient trop proches.

C.5. Indiquer, par un raisonnement quantitatif, si la distance de sécurité entre les barrières et l'enceinte est suffisante pour respecter la valeur maximale de $2,0 \times 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ choisie par les organisateurs.