

Mots-clés : énergie d'un photon ; mouvement dans un champ gravitationnel

La couronne solaire correspond à l'atmosphère du Soleil, elle est observable durant les éclipses de Soleil. C'est une couche de gaz dans laquelle les atomes sont fortement ionisés ; certains atomes peuvent perdre jusqu'à 15 électrons. L'énergie nécessaire pour arracher ces électrons est considérable et résulte de la température de la couronne solaire qui est de l'ordre de quelques millions de degrés. Le gaz de la couronne solaire est rendu visible par les rayonnements émis par ses atomes ionisés.

D'après « La couronne solaire, E. Maurice, L'Astronomie, 1963 »



Source : wikipedia.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le rayonnement émis par les atomes métalliques fortement ionisés de la couronne solaire, puis le mouvement de la sonde PSP (pour « *Parker Solar Probe* ») envoyée en 2018 pour recueillir des informations sur la couronne solaire.

1. Étude du rayonnement émis par les atomes ionisés de la couronne solaire

Les radiations caractéristiques de la couronne solaire sont dues à la formation des ions Fe^{9+} , Fe^{13+} , Ni^{14+} et Ca^{14+} et résultent de la transition d'un électron entre deux états d'énergie différents de chacun de ces ions.

Données :

- $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$;
- constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$;
- la valeur de la célérité c de la lumière dans le vide est supposée connue du candidat ;
- relation entre l'énergie associée à une transition énergétique et la longueur d'onde de la radiation rayonnée :

$$E = \frac{h \times c}{\lambda}$$

- informations sur certaines radiations émises par des ions présents dans la couronne solaire :

| Ions | Longueur d'onde (en m) | Énergie associée à la transition (en eV) |
|-------------------|-----------------------------|--|
| Fe^{13+} | $\lambda (\text{Fe}^{13+})$ | $E (\text{Fe}^{13+})$ |
| Ca^{14+} | $5,694 \times 10^{-7}$ | 2,18 |
| Fe^{9+} | $6,374 \times 10^{-7}$ | 1,94 |
| Ni^{14+} | $6,701 \times 10^{-7}$ | 1,85 |

Le spectre d'émission suivant a été obtenu lors de l'éclipse totale du Soleil du 29 mars 2006 en Turquie. Ce spectre montre la raie correspondant aux ions Fe^{13+} de la couronne solaire.

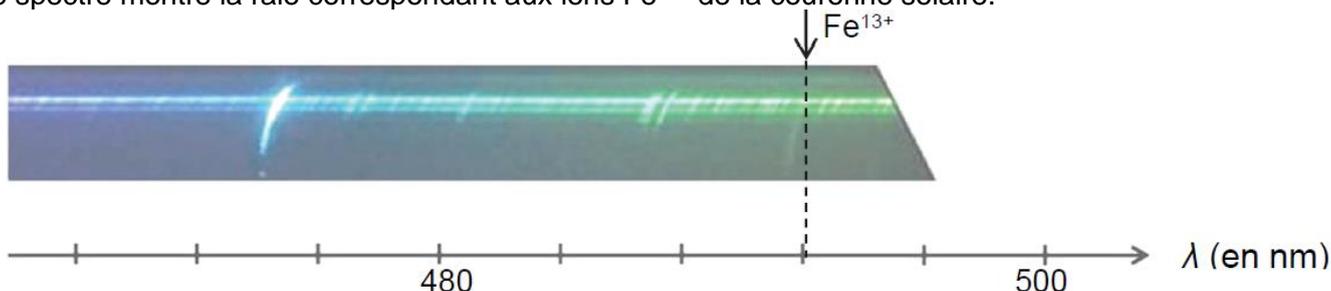


Figure 1. Partie du spectre d'émission (entre 470 nm et 540 nm) de la couronne solaire obtenue lors de l'éclipse totale du Soleil du 29 mars 2006

Source : Thèse de Doctorat de Cyril Bazin, 10 octobre 2013, Université Aix-Marseille

1.1. Donner la valeur de la longueur d'onde $\lambda(\text{Fe}^{13+})$ de la radiation émise par l'ion Fe^{13+} en nm et en m.
Graphiquement, sur la figure 1, entre 480 nm et 500 nm on a 5 intervalles donc un intervalle correspond à : $\frac{20}{5} = 4$ nm.
À partir de 480 nm, on compte 3 intervalles donc :
 $\lambda(\text{Fe}^{13+}) = 480 + 3 \times 4 \text{ nm} = 492 \text{ nm} = 4,92 \times 10^{-7} \text{ m}$

1.2. Préciser, en justifiant, le domaine des ondes (UV, visible, X, IR, etc.) associé à cette valeur.
 $\lambda(\text{Fe}^{13+})$ est compris entre 400 nm et 800 nm. La longueur d'onde appartient au domaine visible.

1.3. Calculer la valeur de la transition d'énergie $E(\text{Fe}^{13+})$, en J puis en eV, correspondant à la raie d'émission de l'ion Fe^{13+} .

$$E(\text{Fe}^{13+}) = \frac{h \times c}{\lambda(\text{Fe}^{13+})} \text{ soit } E(\text{Fe}^{13+}) = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{4,92 \times 10^{-7}} = 4,04 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Et 1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J donc $E(\text{Fe}^{13+}) = \frac{4,04268... \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} = 2,53 \text{ eV}.$

```
6.63E-34*3.00E8/
4.92E-7
4.04268293E-19
Ans/1.6E-19
2.526676829
```

2. La sonde PSP et l'assistance gravitationnelle de Vénus

Données :

- masse du Soleil : $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$;
- rayon du Soleil : $R_S = 6,96 \times 10^5 \text{ km}$;
- constante universelle de la gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

La sonde PSP est un observatoire solaire spatial développé par l'agence spatiale américaine, la NASA, dont le lancement a eu lieu le 12 août 2018. Son objectif est d'étudier la couronne solaire en explorant une région inexplorée de l'espace située à proximité du Soleil.

Une fois la sonde placée dans l'espace, hors du champ gravitationnel de la Terre, elle suit son voyage en direction du Soleil. Au cours de ses différentes révolutions autour du Soleil, la sonde PSP passera sept fois près de Vénus, ce qui modifiera sa trajectoire et lui permettra après chaque rencontre de se rapprocher du Soleil.

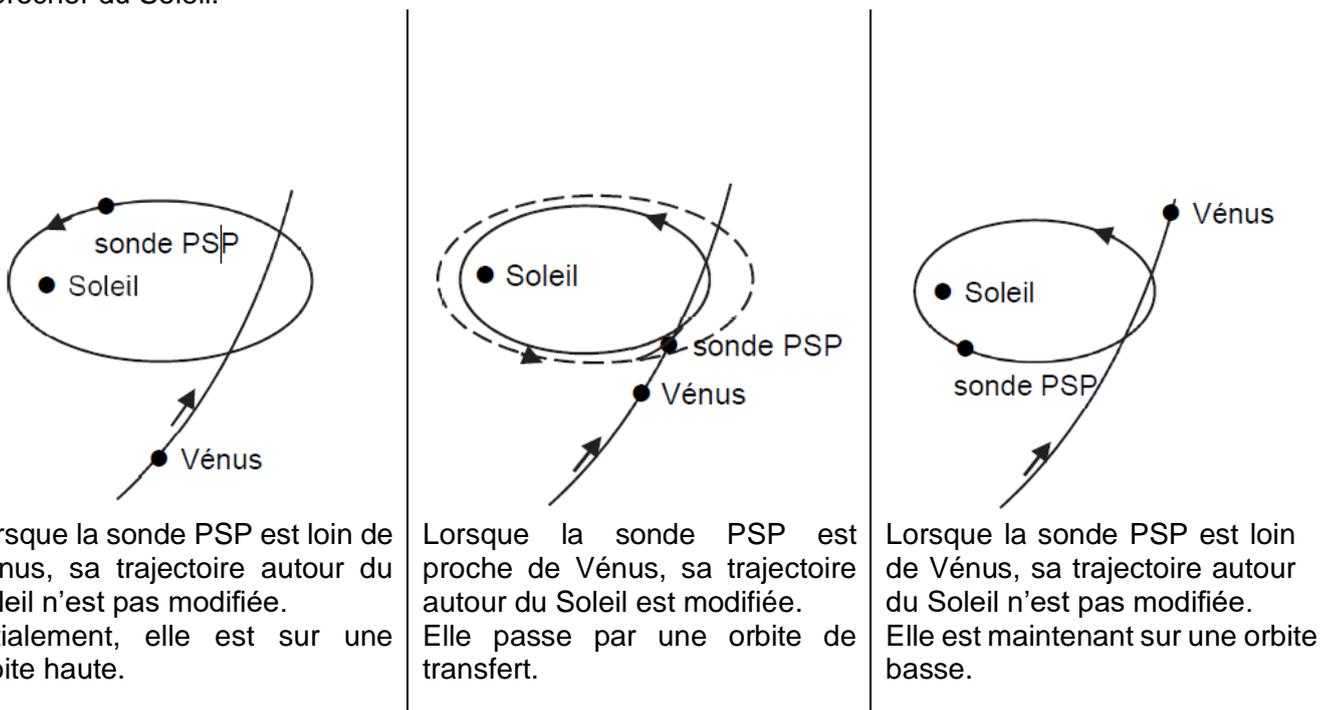


Figure 2. Schémas illustrant l'influence de Vénus sur la trajectoire de la sonde PSP

La courbe ci-après montre l'évolution de la distance séparant la sonde PSP du Soleil en fonction de la durée. La partie claire de la courbe montre la portion de trajectoire déjà parcourue au 20 mai 2020. La partie sombre présente la trajectoire modélisée par la NASA restant à parcourir par la sonde. Les sept rencontres avec Vénus sont délimitées par des traits pointillés.

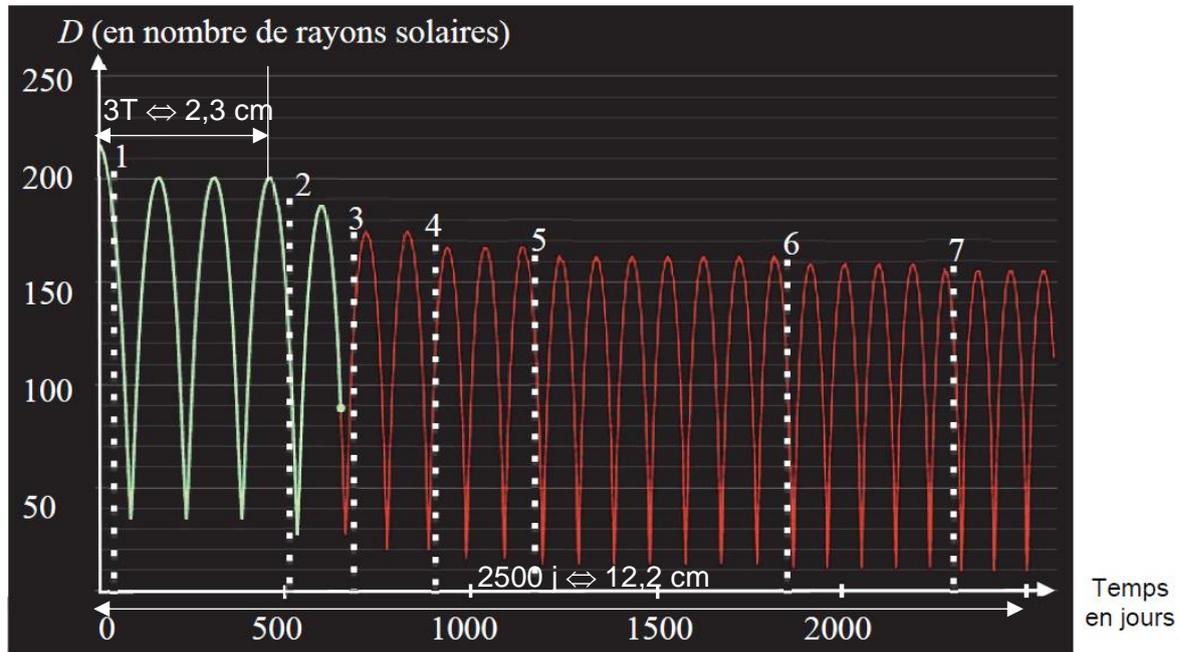


Figure 3. Courbe montrant l'évolution de la distance séparant la sonde PSP du Soleil en fonction de la durée

2.1. Estimer, entre la 1^{re} et la 2^e rencontre avec Vénus, les valeurs de :

- la période de révolution de la sonde PSP en jours ;

Entre le 1^{er} et le 4^{ème} maximum on compte 3T pour 2,3 cm.

Entre 0 j et 2500 j on mesure 12,2 cm.

Ainsi : $3T = \frac{2500 \text{ j} \times 2,3 \text{ cm}}{12,2 \text{ cm}}$ soit $T = \frac{2500 \text{ j} \times 2,3 \text{ cm}}{3 \times 12,2 \text{ cm}} = 157 \text{ j} \approx 1,6 \times 10^2 \text{ j}$

```
2500*2.3/(3*12.2)
157.1038251
```

- la distance maximale entre le Soleil et la sonde PSP en km ;

$D_{\max} = 200 \times R_s = 200 \times 6,96 \times 10^5 \text{ km} = 1,39 \times 10^8 \text{ km}$

- la distance minimale entre le Soleil et la sonde PSP en km.

$D_{\min} = 35 \times R_s = 35 \times 6,96 \times 10^5 \text{ km} = 2,43 \times 10^7 \text{ km}.$

```
200*6.95e5
139000000
35*6.95e5
24325000
```

Après la 7^e rencontre, on donne les valeurs suivantes :

| Période de révolution (en jours) | Distance maximale entre le centre du Soleil et la sonde PSP (en km) | Distance minimale entre le centre du Soleil et la sonde PSP (en km) |
|----------------------------------|---|---|
| 87 | $1,1 \times 10^8$ | $7,0 \times 10^6$ |

Tableau 1. Valeurs obtenues après la 7^e période

2.2. Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la vitesse de la sonde PSP sur son orbite autour du Soleil a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_s}{R}}$$

avec R le rayon de l'orbite de la sonde PSP autour du Soleil.

On note T la période de révolution de la sonde PSP autour du Soleil.

Montrer que les grandeurs T et R vérifient la relation :

$$\frac{T^2}{R^3} = 2,97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme de rayon R et de période T , la vitesse s'écrit :

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Or $v = \sqrt{\frac{G \times M_s}{R}}$ donc $v^2 = \frac{G \times M_s}{R}$.

Et $v^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$.

En égalant les deux expressions de v^2 , il vient : $\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G \times M_s}{R}$ soit $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_s}$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}} = 2,97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

```
4π²/(6.67E-11*1.99E30)
2.97427298E-19
```

On admet que pour des trajectoires elliptiques, le rayon de l'orbite est remplacé par le demi grand-axe de l'ellipse, défini par $a = \frac{D_{\max} + D_{\min}}{2}$.

2.3. Vérifier que les valeurs du tableau 1 sont en accord avec la relation précédente.

Dans le cas d'une orbite elliptique : $\frac{T^2}{a^3} = 2,97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

Et : $a = \frac{D_{\max} + D_{\min}}{2}$ soit $a = \frac{1,1 \times 10^8 + 7,0 \times 10^6}{2} = 5,85 \times 10^7 \text{ km} = 5,85 \times 10^{10} \text{ m}$.

$T = 87 \text{ j} = 87 \times 24 \times 3600 = 7,52 \times 10^6 \text{ s}$

$\frac{T^2}{a^3} = \frac{(7,5168 \times 10^6)^2}{(5,85 \times 10^{10})^3} = 2,82 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

On retrouve la valeur précédente à environ 5 % près.

Les valeurs du tableau 1 sont en accord avec la relation :

$$\frac{T^2}{a^3} = 2,97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

```
(1.1E8+7.0E6)/2
58500000
87*24*3600
7516800
Ans²/(5.85E10)³
2.82226891E-19
```

```
(2.97-2.82)/2.82
.0531914894
```

3. Estimation du record de vitesse de la sonde PSP

Les scientifiques de la NASA ont calculé avec une grande précision les positions successives de la sonde autour du Soleil au cours de son voyage. On s'intéresse au mouvement de la sonde PSP après sa septième rencontre avec la planète Vénus.

Des données modélisées et fournies par la NASA sont rassemblées ci-dessous. Elles indiquent les positions de la sonde autour du Soleil tous les 12 jours et 22 heures.

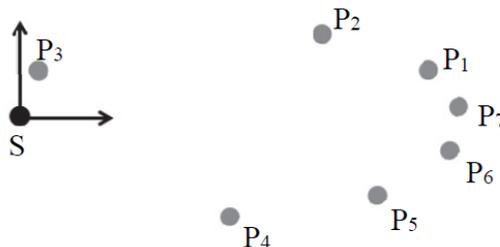


Figure 4. Modélisation des positions de la sonde PSP autour du Soleil.

| positions | date et heure (GMT) | distance au Soleil (km) | vitesse dans le référentiel héliocentrique (km·s ⁻¹) |
|-----------|---------------------|-------------------------|--|
| 1 | 27/11/2024 12h17min | 98 130 368 | 20,5 |
| 2 | 10/12/2024 10h17min | 72 065 937 | 37,4 |
| 3 | 23/12/2024 8h17min | 13 461 628 | 131,2 |
| 4 | 5/1/2025 6h17min | 65 266 512 | 42,3 |
| 5 | 18/1/2025 4h17min | 94 856 493 | 22,7 |
| 6 | 31/1/2025 2h17min | 107 773 300 | 13,4 |
| 7 | 13/2/2025 0h17min | 107 908 666 | 13,3 |

Tableau 2. Données modélisées de la position et vitesse de la sonde

Données :

- le référentiel héliocentrique est un référentiel défini par le centre du Soleil dont les axes pointent vers trois étoiles fixes ;
- définition du périhélie : point de la trajectoire d'un corps en orbite autour du Soleil le plus proche du Soleil ;
- définition de l'aphélie : point de la trajectoire d'un corps en orbite autour du Soleil le plus éloigné du Soleil.

3.1. Énoncer la loi de Kepler permettant de justifier l'allure de la trajectoire de la sonde PSP autour du Soleil représentée dans la figure 4.

1^{ère} loi de Kepler : dans le référentiel héliocentrique, l'orbite de la sonde PSP est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.

3.2. Parmi les points donnés dans le tableau 2, donner la date la plus proche à laquelle la sonde atteint l'aphélie de sa trajectoire.

L'aphélie est le point de la trajectoire le plus éloigné du Soleil. Il correspond à la distance la plus grande au Soleil soit 107 908 666 km. La date la plus proche pour laquelle la sonde atteint l'aphélie est donc le 13 / 2 / 2025 à 0 h 17 min.