

Bac Métropole Juin 2021 EXERCICE A - SAUT À L'ÉLASTIQUE (5 points)CORRECTION © <http://labolycee.org>**Mot-clé : mouvement dans un champ de pesanteur uniforme ; énergie mécanique**

1. (0,75 pt) D'après la deuxième loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{Ext} = m \cdot \vec{a}$, le système {S} n'est soumis qu'à la force poids.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

En tenant compte du repère, $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

2. (1 pt) $a_z = \frac{dv_z(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant, on obtient $v_z = -g \cdot t + Cte_1$

On détermine la constante avec les conditions initiales.

Coordonnée du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 : $v_{0z} = -v_0$, ainsi on a : $Cte_1 = -v_0$

Donc $v_z = -g \cdot t - v_0$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{dOS}{dt}$ soit $v_z = \frac{dz(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + Cte_2$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le système est à l'altitude $z = H$ donc $Cte_2 = H$.

Finalement $z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + H$

3. (0,5 pt) $z(t) = -4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 49,8$

Cette modélisation est cohérente. Par analogie, elle donne $H = 49,8$ m or l'énoncé donne une valeur d'environ 50 m qui convient bien.

Et toujours par analogie, $-\frac{1}{2}g = -4,90$, ce qui donne $g = 9,80$ contre une valeur théorique très proche égale à $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

4. (0,75 pt) L'élastique mesurant $L_0 = 8,0$ m, il commence à se tendre quand $z = H - L_0$.

$$-4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 49,8 = 50 - 8,0$$

$$-4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 7,8 = 0$$

$$\Delta = (-1,10)^2 + 4 \times 4,90 \times 7,8 = 154,09$$

$$t_1 = \frac{1,1 - \sqrt{154,09}}{-2 \times 4,9} = 1,2 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{1,1 + \sqrt{154,09}}{-2 \times 4,9} = -1,4 \text{ s}$$

On peut aussi utiliser la calculatrice pour résoudre cette équation. Voir ce tutoriel <http://acver.fr/ti2nddeg>

On ne retient que la solution positive

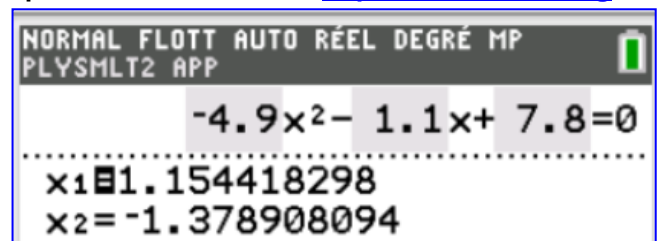
$$t_1 = 1,2 \text{ s}$$

5. (0,25 pt) $v_z = \frac{dz(t)}{dt}$

$$v_z(t) = -9,80 \cdot t - 1,10$$

Avec $t = t_1$, $v_z(t_1) = -9,80 \times 1,1544 - 1,10 = -12,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$v = \sqrt{v_z^2} = 12,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



6.1. (0,5 pt)

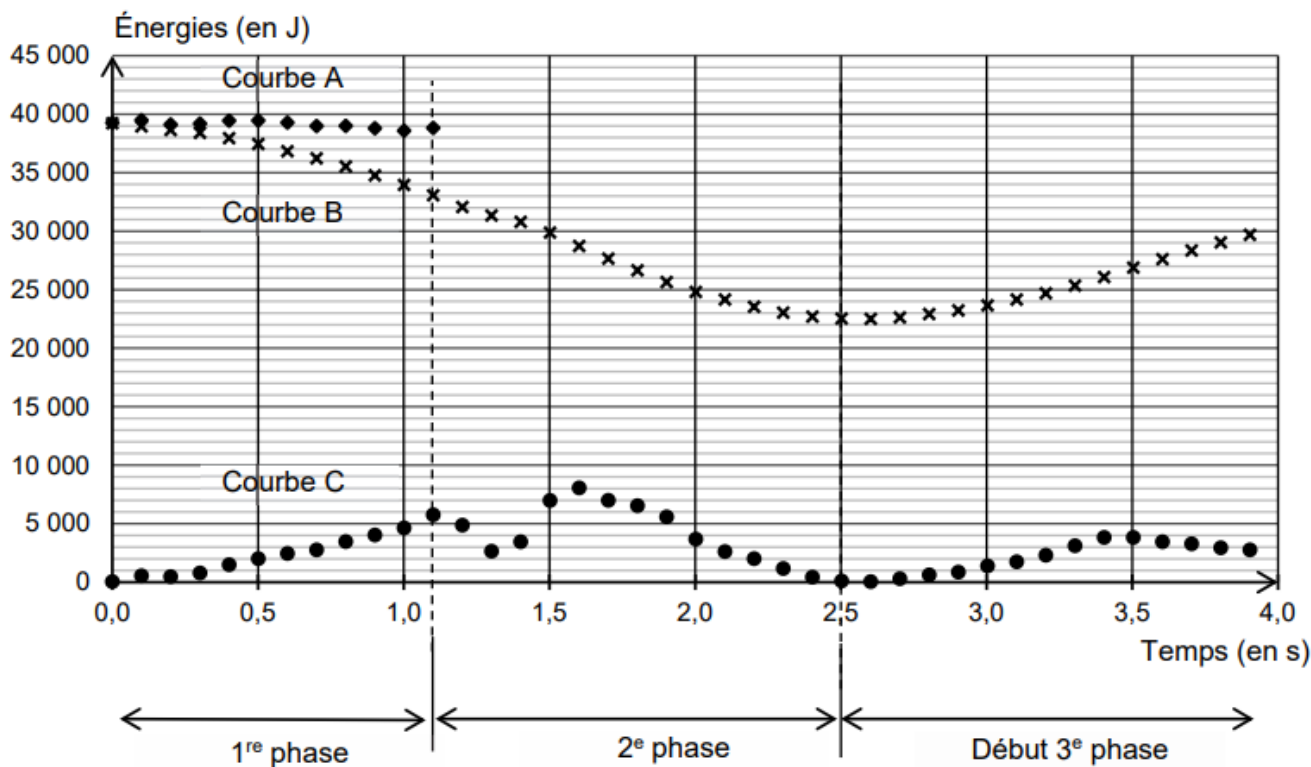


Figure 1. Courbes représentant des énergies du système au cours du temps

Énergie potentielle de pesanteur :

À $t = 0$ s, $z = H = 50$ m donc $E_{PP}(0) = m.g.H$

$$E_{PP} = 80 \times 9,81 \times 50 = 3,9 \times 10^4 \text{ J}$$

Puis au cours du temps, l'altitude diminue donc E_{PP} diminue.

Cela correspond à la courbe B.

Énergie cinétique :

Au départ la vitesse est faible, proche de $1,10 \text{ m.s}^{-1}$.

$$E_C = \frac{1}{2} . m . v^2$$

$$E_C = 0,5 \times 80 \times 1,10^2 = 48 \text{ J.}$$

Cela correspond à la courbe C.

Énergie mécanique : $E_m = E_C + E_{PP}$

Elle correspond à la courbe A.

6.2. (0,5 pt)

Lors des deuxième et troisième phases, alors la force exercée par l'élastique entre en jeu. Or nous n'avons pas d'information à ce propos.

6.3. (0,75 pt)

La distance maximale parcourue par le sauteur correspond à son altitude minimale, donc à une énergie potentielle de pesanteur minimale. La figure 1, montre $E_{PPmin} = 22\,500 \text{ J}$.

On calcule l'altitude minimale.

$$E_{PPmin} = m.g.z_{min}$$

$$z_{min} = \frac{E_{ppmin}}{m.g}$$

$$z_{min} = \frac{22500}{80 \times 9,81} = 28,7 \text{ m} \approx 29 \text{ m}$$

Le sauteur est parti d'une altitude de 50 m, il est descendu jusqu'à 29 m. Il a parcouru $50 - 29 = 21 \text{ m}$. Cette distance est effectivement plus faible que $4.L_0 = 32 \text{ m}$. Le critère de sécurité a été respecté.