

Mots-clés : évolution temporelle d'un système, loi de vitesse.

1. Vu que l'on veut étudier l'hydrolyse du saccharose dans les sodas qui sont des solutions acides, il est nécessaire de travailler à un pH inférieur à 7 (à l'aide d'une solution tampon qui va « fixer » la valeur du pH).

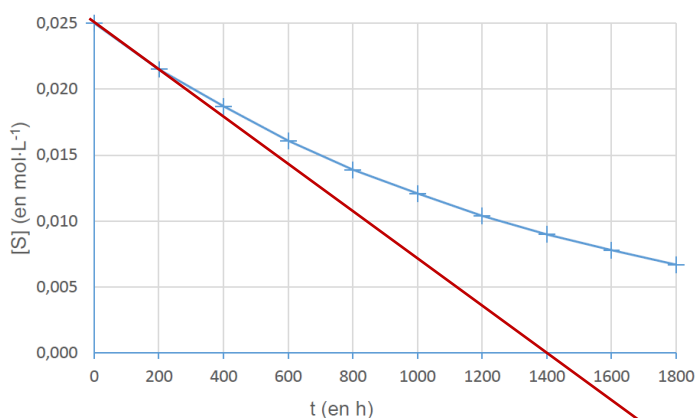
2. La problématique consiste à déterminer le pourcentage de saccharose restant dans la boisson lorsque la DDM est atteinte, soit au bout de 3 mois (90 jours). Or Les mesures effectuées s'achèvent au bout de 1800 h soit 75 jours. Ainsi les mesures ne permettent pas de répondre à la problématique.

3. Par définition, la vitesse volumique de disparition du saccharose est : $v = -\frac{d[S]}{dt}$

4. On peut estimer la valeur de la vitesse volumique de disparition du saccharose à un instant t donné en traçant la tangente à la courbe $[S] = f(t)$ à l'instant t . La valeur de la vitesse à l'instant t est égale à l'opposé (à cause du signe -) du coefficient directeur de la tangente.

Illustration : à la date $t = 0$, $v = -\frac{\Delta[S]}{\Delta t}$

$$v = -\frac{(0 - 0,025) \text{ mol.L}^{-1}}{(1400 - 0) \text{ h}} = 1,8 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$



5. Pour une loi de vitesse d'ordre 1, la vitesse volumique de disparition de l'espèce S est proportionnelle à sa concentration : $v = k \cdot [S]$

Rq : en toute rigueur, il faudrait parler de loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à S, l'autre réactif (l'eau) étant en large excès, sa concentration ne varie pas.

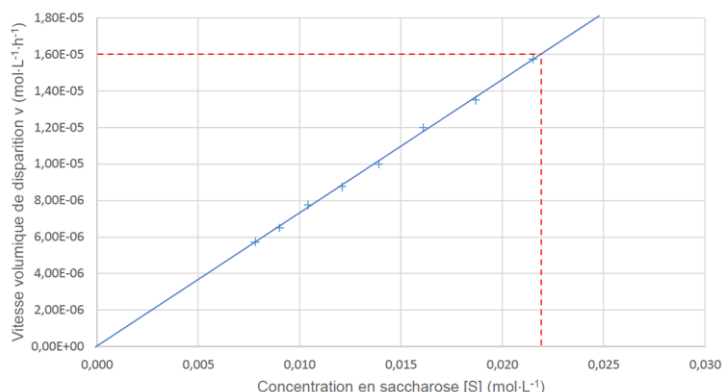
6. La courbe $v = f([S])$ peut être modélisée par une droite passant par l'origine donc v est proportionnelle à $[S]$ ce qui est en accord avec une loi de vitesse d'ordre 1 (par rapport à S).

7. $v = k \cdot [S]$ donc la constante k est égale au coefficient directeur de la droite représentative de $v = f([S])$

En prenant l'origine et un point sur la droite modélisée, éloigné de l'origine pour une meilleure précision :

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta [S]} = \frac{(1,60 \times 10^{-5} - 0) \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}}{(0,022 - 0) \text{ mol.L}^{-1}} = 7,2 \times 10^{-4} \text{ h}^{-1}$$

Cette valeur est en accord au chiffre significatif près avec la valeur proposée ($7,3 \times 10^{-4} \text{ h}^{-1}$)



8. Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que l'avancement $x(t)$ atteigne la moitié de sa valeur finale. Dans le cas d'une réaction totale (comme ici), c'est également la durée nécessaire pour la moitié du réactif limitant soit consommé.

Ainsi, $n(S)_{t_{1/2}} = \frac{n(S)_0}{2}$ donc $[S]_{t_{1/2}} = \frac{[S]_0}{2}$ or $[S] = [S]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$ d'après l'énoncé.

$$\text{Donc } [S]_{t_{1/2}} = \frac{[S]_0}{2} = [S]_0 \cdot e^{-k \cdot t_{1/2}}$$

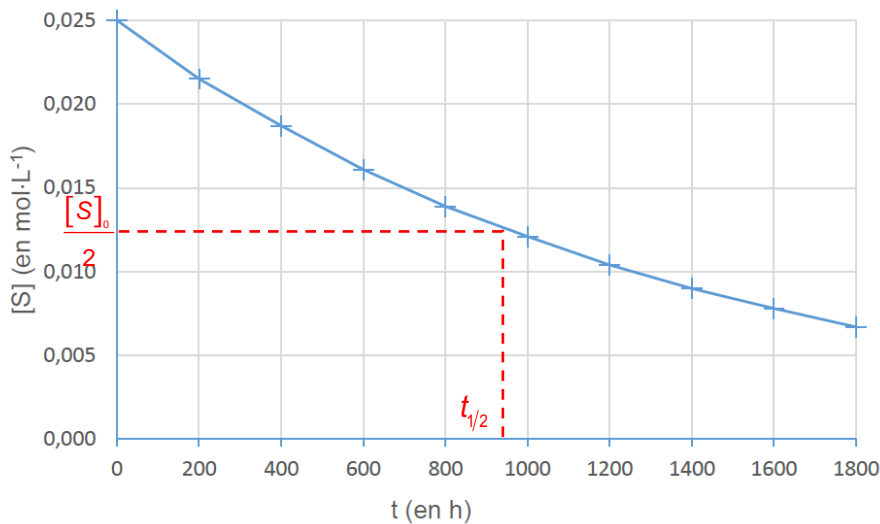
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-k \cdot t_{1/2}} \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} = -k \cdot t_{1/2} \Leftrightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

Conclusion : $t_{1/2}$ ne dépend pas de la concentration initiale $[S]_0$.

Rq : c'est exactement comme la demi-vie $t_{1/2}$ étudiée en Enseignement Scientifique 1^{ère} puis approfondie en Spécialité Physique-Chimie en Terminale (hors examen) car la loi de décroissance radioactive est une loi de vitesse d'ordre 1.

9. Pour trouver la valeur de $t_{1/2}$, on peut utiliser la relation $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{7,3 \times 10^{-4}} = 9,5 \times 10^2 \text{ h}$.

Autre méthode : en utilisant la figure 1 : $[S]_{t_{1/2}} = \frac{[S]_0}{2}$ donc $t_{1/2} = 9,5 \times 10^2 \text{ h}$



10. Le pourcentage de saccharose restant à la date t est $p = \frac{[S]}{[S]_0}$

Or $[S] = [S]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$ donc ce pourcentage vaut $p = \frac{[S]_0 \times e^{-k \cdot t}}{[S]_0} = e^{-k \cdot t}$

Au bout de 3 mois (DDM) soit $t = 3 \times 30 \times 24 = 2160 \text{ h}$:

$$p = e^{-7,3 \times 10^{-4} \times 2160} = 0,21 = 21 \%$$